Lineare algebraische Gruppen

Vorlesung 13 im Wintersementer 2020/21 (am 5.02.21)

Hinweis zu den im Text verwendeten Referenzen

Referenz	Bedeutung
x.y.z	Verweist auf den Abschnitt x.y.z im PDF-File zu Kapitel x, z.B verweist 3.2.1 auf Abschnitt 3.2.1 im PDF-File zu Kapitel 3.
Vorlesung x, y.z	Verweist auf den Abschnitt y.z im Text zu Vorlesung x.

Grundlegende Ergebnisse zur Theorie der linearen algebraischen Gruppen

12. Die Jordan-Zerlegung V

Diese Vorlesung beschäftigt sich mit dem Beweis der Aussagen (ii) und (iii) des letzten in der vorigen Vorlesung formulierten Satzes 12.9.

<u>Der Text zu dieser Vorlesung befindet sich deshalb am Ende des Textes zur vorigen Vorlesung</u>.

12.9 Satz: Jordan-Zerlegung in linearen algebraischen Gruppen

Sei G eine lineare algebraische Gruppe. Dann gelten die folgenden Aussagen.

(i) <u>Jordan-Zerlegung in</u> G. Für jedes $g \in G$ gibt es genau ein Paar (g_s, g_u) von Elementen aus G mit den folgenden Eigenschaften.

1. $g = g_s \cdot g_u = g_u \cdot g_s$
2. $\rho(g_s) = \rho(g)_s$ und $\rho(g_u) = \rho(g)_u$.

(ii) Für jeden Homomorphismus $\phi: G \longrightarrow G'$ von algebraischen Gruppen und jedes $g \in G$ gilt

$$\phi(g_s) = \phi(g)_s \text{ und } \phi(g_u) = \phi(g)_u.$$

(iii) Für $g \in G = GL_n$ sind g_s und g_u gerade die halbeinfachen bzw. unipotenten Teile von g (im Sinne der Bemerkung von 2.4.5 mit $V = k^n$).